

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

MODELIZACIÓN Y REPRESENTACIÓN CARTOGRÁFICA DE LA ORGANIZACIÓN ESPACIAL DE LA MOVILIDAD RESIDENCIA-TRABAJO A TRAVÉS DE LA TEORÍA DE LOS CONJUNTOS DIFUSOS: APLICACIÓN A ANDALUCÍA.

DE OLIVEIRA NEVES G.¹, BARRENA ALGARA E.², FERIA TORIBIO J.M.³

Universidad Pablo de Olavide

Ctra. de Utrera Km. 1, 410013 Sevilla, España

¹gsaroli@upo.es, ²ebaralga@upo.es, ³jmfertor@upo.es

RESUMEN

Este artículo presenta un ejercicio de modelización y representación cartográfica sobre la movilidad residencia-trabajo utilizando las aportaciones conceptuales y formales de la teoría de los conjuntos difusos. A partir de una reflexión sobre los fundamentos teóricos básicos, se ofrece una exploración de las posibilidades brindadas por los nuevos desarrollos teóricos y metodológicos en lógica difusa para llegar a un mejor entendimiento de las características y condiciones de organización espacial del territorio a través de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. En este marco, la primera parte del análisis formaliza, mediante operadores difusos, los niveles de vinculación de los municipios a través de la movilidad residencia-trabajo. En la segunda, el análisis geoestadístico de los resultados obtenidos ofrece una primera aproximación a la organización espacial de la región a partir de la cual se explora, en la última parte, una aplicación de técnicas de interpolación geoestadísticas –método *Kriging*–.

Palabras clave: Modelización cartográfica, lógica difusa, movilidad, Andalucía

COMMUTING AND FUZZY LOGIC: AN ESSAY OF MODELING AND CARTOGRAPHICAL REPRESENTATION

ABSTRACT

This paper presents an essay of modeling and cartographical representation of commuting based upon the conceptual and formal scheme of fuzzy set theory. Starting from a review of the new theoretical and methodological developments in fuzzy logic, it is posed the possibilities offered to get a better understanding of the spatial organization in Andalusia. In the first part it is formalized, by means of fuzzy operators, the membership level of Andalusian municipalities as they are expressed by commuting. In the second one, the results are represented cartographically, offering a first approach to the regional spatial organization. Evaluated some weakness of traditional

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

cartographical interpolation methods, in the last section, an application of geostatistical interpolation techniques –Kriging method- is explored.

Keywords: Cartographic models, fuzzy logic, commuting, Andalusia

1. Introducción

Este artículo presenta un ensayo estadístico y cartográfico de la organización espacial, tal como ésta se materializa mediante la movilidad residencia-trabajo, utilizando las aportaciones conceptuales y formales de la teoría de los conjuntos difusos.

Aunque sea de una manera relativamente elemental, y antes de entrar en materia, es necesario recordar aquí los fundamentos teóricos básicos que dan soporte a la relación existente entre las condiciones de organización espacial en una sociedad y territorio dados y su tratamiento a través de la teoría de conjuntos difusos. Para ello vamos a guiarnos por la que debe considerarse la aportación pionera en este campo, la de Gale y Atkinson (1979) que, en un artículo en el libro colectivo *Philosophy in Geography*, establecieron sus fundamentos teóricos.

Al tratar la organización espacial nos encontramos con una serie de objetos, fundamentalmente unidades espaciales que ordenamos y clasificamos. Se pueden denominar a estos sistemas de clases de organización espacial *tipos regionales*, tales como Estados nacionales, provincias, comarcas, áreas metropolitanas, mercados locales de trabajo, etc.

Estos *tipos regionales* responden a diferentes escalas y procesos, y su naturaleza y definición variarán lógicamente de acuerdo a ellas. Desde una perspectiva relativamente superficial, el Estado nacional es el paradigma de estos tipos regionales, con fronteras perfectamente definidas y su correspondiente ámbito de soberanía no compartida, estructurado internamente asimismo en una organización jerárquica territorial (provincias, municipios, etc.) y con un alto grado de correspondencia o autonomía con la organización funcional. La extensión de este modelo de organización espacial –de base político-territorial-, tanto externa como internamente, es lo que nos permite *ver* el espacio como un conjunto claramente separado y distinguible de unidades regionales constituyentes, en un proceso de *regionalización* (distribución de unidades espaciales contiguas de la misma clase) para el conjunto del planeta.

Esta categorización se asocia con una concepción aritmomórfica del espacio y puede modelarse mediante la teoría convencional de conjuntos. Así, existe un conjunto de n regiones mutuamente exclusivas y exhaustivas (ej. en el mundo los Estados nacionales o, dentro de éstos, sus provincias), de tal manera que esta concepción de región está asociada a la versión booleana de los conjuntos, en el que la pertenencia a cada sistema de regionalización (*membership*) sólo puede ser 1 ó 0; es decir se pertenece o no se pertenece al conjunto.

Ahora bien, si esta categorización –territorialización- es extremadamente útil para clasificar y ordenar el espacio, no lo es tanto para entender su funcionamiento y organización, ya que la mayoría de los procesos espaciales no se sujetan a dicha lógica booleana. La movilidad es

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

posiblemente el elemento que mejor puede sustentar esta última afirmación, ya que por su propia naturaleza implica desplazarse de un lugar a otro. En el momento en que dicho desplazamiento suponga el cruce de una frontera de una región, nos encontramos con que ya no es posible atribuir ese objeto a un solo elemento de referencia espacial: ¿A dónde atribuimos una persona que vive en A y trabaja en B? ó ¿cómo valoramos la incorporación de A y B dentro de un conjunto superior C que engloba a ambas, aunque jueguen papeles y tengan pesos muy diferentes?

Este acercamiento a una visión no-aritmomórfica del espacio, que implica un estado de flujos, indeterminación y variable dependiente, puede tener su modelización a través de la teoría de conjuntos difusos (Zadeh, 1965), donde la regla de composición (intersección, unión, igualdad) nos ofrece una geometría de tolerancia, en el que lo relevante es la condición de vinculación, medida en grado de pertenencia. Frente a 0 ó 1 del booleano, aquí nos encontramos con una función que puede desarrollarse a lo largo de todo ese intervalo, es decir, entre 0 y 1.

Con ello obtenemos, primero, un valor relativo del grado pertenencia de cualquier objeto a una unidad espacial superior (no sólo a un centro potencial o receptor de primer flujo), lo cual sirve para modular y evaluar las condiciones de integración del mismo, pero, sobre todo, podemos tener una visión del grado de *difusión* o apertura de cada uno de esos objetos o, lo que es lo mismo, de las regiones y fronteras que se establecen en el territorio. Se trata en definitiva de llevar hasta sus últimas consecuencias la idea de estado de flujos y de indeterminación de la organización espacial, en la que es posible tanto la incorporación de objetos a diferentes regiones con diversos grados de pertenencias como la definición de tantas regiones como variables utilizemos. En otras palabras, el problema de la regionalización se convierte en secundario frente a la realidad de espacios abiertos e interrelacionados de múltiples formas, que es posible modelizar y representar cartográficamente.

La literatura sobre la cuestión no es todavía muy amplia y, sobre todo, es relativamente reciente. El artículo de Plane (1998), sobre regiones migratorias aplicando conjuntos difusos, es probablemente uno de los pioneros utilizando la variable movilidad –en este caso migratoria-. Pero con anterioridad, Zhang y Kirby (1997) evaluaron dicha aproximación para el análisis de coberturas de suelo en fotografía aérea. Más recientemente, Feng (2008) ha aplicado la teoría de conjuntos difusos a la movilidad residencia-trabajo para la definición de Mercados Locales de Trabajo. La incorporación de elementos de lógica difusa para opciones de tratamiento y análisis de bases de datos en los Sistemas de Información Geográfica ha abierto numerosas posibilidades de utilización de esta aproximación (Hatzichristos, 2004; Petry *et al.*, 2005; Hwang y Thill, 2007). En España, De Cos (2006) y De Cos y Martín (2007) han explorado las posibilidades que ofrece la lógica difusa para la delimitación de áreas de influencia urbana y metropolitana, utilizando el *software* SIG Idrisi, que permite, dentro de un análisis multicriterio, la estandarización de los factores elegidos a través de las correspondientes funciones de pertenencia difusa.

Nuestro objetivo, en este caso, se centra en dos cuestiones. De una parte, se trata de explorar las posibilidades que ofrecen los nuevos desarrollos teóricos y metodológicos en lógica difusa. De otra, más que en incidir en una regionalización del territorio, lo que se busca, a través del análisis de la lógica de los conjuntos difusos y su representación y tratamiento cartográfico, es ver cómo el planteamiento metodológico desarrollado aporta un mejor entendimiento de las características y condiciones de organización espacial de dicho territorio, tal como éste es

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

estructurado e interrelacionado por la movilidad residencia-trabajo, en este caso aplicado a Andalucía ([figura 1](#)).

En concordancia con tales objetivos, el artículo se organiza en dos partes diferenciadas. En la primera se aborda la formalización, mediante operadores difusos, de los niveles de vinculación o pertenencia de los diferentes municipios, tal como ésta se materializa en la movilidad residencia-trabajo. Los resultados obtenidos de la aplicación del modelo formal abren paso a su análisis geoestadístico, ofreciendo una primera aproximación a la organización territorial de la región. La segunda parte del artículo explora la aplicación de técnicas de interpolación geoestadísticas – método *Kriging*-, que incluye el concepto de autocorrelación espacial y que permite representar los resultados mediante la modelización cartográfica de los niveles de pertenencia o vinculación espacial llevado a cabo a través de los operadores difusos.

2. La movilidad tratada a través de operadores difusos

En este apartado presentaremos un método que permite asignar a cada uno de los municipios a tratar un determinado grado de pertenencia a un área metropolitana en función de la movilidad residencia-trabajo, considerando tanto las salidas del municipio como las entradas al mismo. Dichos valores, que se presentan por separado, se combinan posteriormente para indicar el grado de vinculación del municipio al área metropolitana. El método permite obtener un indicador numérico del grado de vinculación o pertenencia de cada municipio al conjunto del sistema o respecto a cualquier elemento del mismo. Los valores oscilan entre el rango 0 y 1, siendo mayor dicho valor cuanto más elevada es la proporción de población que se mueve en el municipio de referencia.

Se diferencia de un planteamiento booleano puesto que en éste se indica que un municipio pertenece al área metropolitana si supera ciertos umbrales de movilidad residencia-trabajo, para ello se consideran tanto los valores relativos como los valores absolutos que incluyen. Así, un municipio que no supera dichos umbrales se diría que no pertenece al área metropolitana (tiene grado de pertenencia 0), frente a otro que sí los supera y se diría que sí pertenece al mismo área (tiene grado de pertenencia 1). Debido al carácter discriminante de los operadores booleanos ">" y "<", se puede dar el caso de que municipios con características similares sean clasificados de forma muy distinta, así como que no se establezcan diferencias entre municipios muy distantes entre sí; la clasificación, en este caso, dependerá sólo de si se superan o no los umbrales establecidos.

Con el fin de evitar esta situación y ampliar el alcance y precisión de estos operadores, se pueden reemplazar los operadores booleanos por operadores difusos, fundamentándose en la forma de las funciones sigmoideas que indican el grado de superación de dicho umbral. En nuestro caso, dicha aproximación refleja de forma más fiel la realidad al conferir a cada municipio su valor correspondiente y estableciendo, así, diferencias entre municipios que superan el umbral con un amplio margen y municipios con valores en las fronteras de los mismos.

A continuación explicaremos el método utilizado para obtener un indicador numérico del grado de vinculación o pertenencia de cada municipio al conjunto del sistema. Para ello se define

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

primero la notación matemática empleada para su descripción, para exponer seguidamente cómo obtener los valores relativos de movilidad, el operador de comparación difuso y, finalmente, la combinación de estos factores para la consecución del grado de vinculación de un municipio al conjunto del sistema.

La notación empleada para la descripción matemática del método es la siguiente:

Datos de entrada:

- $M = \{ M_1, M_2, \dots, M_n \}$ es el conjunto de municipios,
- $T = [T_{ij}]$, con $1 \leq i, j \leq n$, es la matriz de flujos de trabajadores, donde T_{ij} es el total de residentes en M_i empleados en M_j ,
- $R = [R_1, R_2, \dots, R_n]$ los ocupados residentes por municipio, con $R_i = \sum_{j=1..n} T_{ij}$,
- $E = [E_1, E_2, \dots, E_n]$ los empleos ocupados por municipio, con $E_i = \sum_{j=1..n} T_{ji}$,

Datos de salida:

$G = [G_1, G_2, \dots, G_n]$ el vector de grados de pertenencia de cada municipio M_i al área metropolitana, con $G_i \in [0,1]$.

El método de obtención de valores de pertenencia mediante operadores difusos se fundamenta en la relación de movilidad residencia-trabajo que cada municipio tiene con el resto de municipios del espacio estudiado -de forma análoga se podría calcular los valores de pertenencia teniendo en cuenta la relación con un centro potencial-. Como ya se comentó, se consideran tanto los valores relativos como los valores absolutos que incluyen. Así, los valores relativos a los que nos referimos se calculan de la siguiente forma:

Para cada municipio M_i se tiene en cuenta la proporción $p1_{final}(i)$ de ocupados residentes en el municipio M_i con empleo fuera de dicho municipio y la proporción $p2_{final}(i)$ de empleos ocupados en M_i por no residentes en el municipio con el número total de empleos de M_i . Así:

$$p1_{final}(i) = (R(i) - T(i,i)) / R(i)$$

$$p2_{final}(i) = (E(i) - T(i,i)) / E(i)$$

2.1. Operador de comparación difuso

Para la obtención de un indicador numérico del grado de vinculación o pertenencia de cada municipio al conjunto del sistema se han tenido en cuenta las proporciones citadas y un operador difuso FG (Mlynski, 2003). Este operador tiene la finalidad de cuantificar cuánto excede cada valor de un determinado umbral.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

La [figura 2](#) ilustra la diferencia entre los dos métodos planteados:

- las líneas el rojas representan la distribución booleana: si un valor está por debajo del umbral se considera que el municipio no pertenece a una unidad (se le asigna valor 0) y si está por encima del umbral si pertenece (se le asigna valor 1).
- la línea azul ilustra cómo actúa el operador difuso: cuantificando la distancia del valor al umbral, asignando valores de superación del umbral entre 0 y 1. En este caso concreto, se cuantifica cuánto excede la proporción del 20%, que es el umbral fijado como estándar.

2.2. Descripción del operador difuso **FG** (*fuzzy greater*)

Para dos valores reales x, z , el operador **FG**: $\mathfrak{R}^2 \times (0, +\infty) \rightarrow [0, 1]$ actúa de la siguiente forma:

$$FG(x, z, m) = \frac{\tanh((x - z) \cdot m) + 1}{2}$$

Siendo **tanh** la función tangente hiperbólica (que puede sustituirse por cualquier otra función sigmoidea) y **m** el parámetro que determina el grado de precisión del operador. Este último puede elegirse de la siguiente manera según el grado de precisión requerido:

Sean $x_{\min} := \min(A)$ y $x_{\max} := \max(A)$, el parámetro **m** se calcula a partir de los datos dados, eligiendo previamente el grado de precisión, así:

- **m** muy impreciso
 $m_{v_unp} = (\operatorname{atanh}(\sqrt{0.25})) / (0.25 * (x_{\max} - x_{\min}))$
- **m** impreciso
 $m_{unp} = (\operatorname{atanh}(\sqrt{0.30})) / (0.20 * (x_{\max} - x_{\min}))$
- **m** medio
 $m_{mean} = (\operatorname{atanh}(\sqrt{0.35})) / (0.15 * (x_{\max} - x_{\min}))$
- **m** preciso
 $m_{pre} = (\operatorname{atanh}(\sqrt{0.40})) / (0.10 * (x_{\max} - x_{\min}))$
- **m** muy preciso
 $m_{v_pre} = (\operatorname{atanh}(\sqrt{0.45})) / (0.05 * (x_{\max} - x_{\min}))$

Nota: el operador difuso se convierte en el operador booleano usual cuando el parámetro **m** tiende a infinito y asigna unívocamente el valor 0,5 cuando **m**=0.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

Es decir, cuando m tiende a infinito:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} FG(x, x + \Delta x, m) = 0 \quad \forall \Delta x > 0$$

$$\lim_{m \rightarrow \infty} FG(x, x - \Delta x, m) = 1 \quad \forall \Delta x > 0$$

Prueba

$$\lim_{m \rightarrow \infty} FG(x, x + \Delta x, m) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\tanh((x - (x + \Delta x)) \cdot m) + 1}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0$$

análogamente

$$\lim_{m \rightarrow \infty} FG(x, x - \Delta x, m) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\tanh((x - (x - \Delta x)) \cdot m) + 1}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1$$

Asimismo, cuando m tiende a 0:

$$\lim_{m \rightarrow 0} FG(x, z, m) = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{\tanh((x - z) \cdot m) + 1}{2} = \frac{1}{2}$$

2.3. Aplicación de los operadores difusos a la proporcionalidad y a los valores absolutos: combinación ponderada.

Sea $b=20\%$ el umbral elegido en el método booleano para seleccionar los municipios pertenecientes al área metropolitana de acuerdo a los porcentajes arriba citados, y $b_2=100$ el umbral elegido para discriminar municipios de acuerdo al número de ocupados residentes y al número de empleos ocupados por municipio, se consideran los siguientes valores ponderados atendiendo al grado de vinculación que se obtendría teniendo en cuenta los valores relativos y absolutos de *entrada* a un municipio, los de *salida* y la combinación de *ambas*:

$$\text{entrada}(i) = w_1 * FG(p2\text{final}(i), b, m) + w_2 * FG(E(i), b_2, m_2);$$

$$\text{salida}(i) = w_1 * FG(p1\text{final}(i), b, m) + w_2 * FG(R(i), b_2, m_2);$$

$$Gi := \text{ambas}(i) = (\text{entrada}(i) + \text{salida}(i)) / 2;$$

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

donde w_1 es el peso asociado a la movilidad y w_2 el peso asociado al tamaño, cumpliendo que $w_1, w_2 \in [0,1]$ y que $w_1 + w_2 = 1$.

Así $G = [G_1, G_2, \dots, G_n]$ el vector de grados de pertenencia de cada municipio M_i al área metropolitana, con $G_i \in [0,1]$.

Para este artículo, con el fin de simplificar la interpretación de los resultados, vamos a tener en cuenta sólo las proporciones, independientemente de los valores absolutos, así $w_1 = 1$ y $w_2 = 0$.

2.4. Resultados

En la [tabla 1](#) se presenta un resumen de los resultados obtenidos a través de las variables estadísticas descriptivas: desviación estándar, media, varianza, máximo y mínimo. Las tres primeras columnas representan los grados de pertenencia en el caso de tomar el operador difuso m impreciso y las tres últimas en el caso de tomarlo preciso (véase apartado 2.2).

Distinguimos asimismo entre el grado de vinculación que se obtendría teniendo en cuenta los valores relativos y absolutos de *entrada* a un municipio, los de *salida* y la combinación de *ambas* (véase apartado 1.3). Nos centraremos en este último (*ambas*), que nos indica el grado de pertenencia G_i de cada municipio M_i al área metropolitana.

Se observa que, pese a que no hay diferencias notables en cuanto a la media obtenida con ambos parámetros, la desviación típica en el caso de m impreciso es sustancialmente menor que en el caso m preciso, es decir, los datos se agrupan más en torno a dicha media en el primer caso, mientras que en el segundo los datos están más dispersos. Así, en el caso m impreciso el intervalo de valores es el $[0,42; 0,76]$ y en el caso m preciso dicho intervalo, $[0,06; 1]$, tiene un rango más amplio. Este hecho se explica atendiendo a la nota del apartado 1.2, en la que se demuestra que el límite del operador difuso FG , cuando m tiende a 0, es el valor constante 0,5. Así, cuanto más cerca de 0 esté el parámetro m (es decir, cuanto más impreciso), menor varianza encontraremos en los resultados obtenidos. Asimismo, comprobamos que el límite de dicho operador FG , cuando m tiende a infinito, es el operador de comparación booleano, en cuyo caso se tiene un número discreto de resultados, el 0 y el 1, muy distantes entre sí en comparación con los resultados obtenidos para el operador difuso, que oscilan dentro del intervalo $[0; 1]$.

La [figura 3](#) y [figura 4](#) ilustran este propósito a través de la representación de la distribución exacta de los grados de vinculación para ambos parámetros, m impreciso y m preciso, respectivamente. En ambas, el eje de abscisas representa los 770 municipios de Andalucía y el de ordenadas sus respectivos grados de vinculación.

De la [figura 2](#) y [figura 3](#) se deduce que la forma que responde mejor a nuestro propósito es la realizada a partir del operador difuso impreciso, ya que expresa de forma clara la organización de la información alrededor del umbral 0,5. No obstante, es a través de la representación cartográfica de la información creada lo que permite una mejor aproximación de la distribución espacial del

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

fenómeno analizado, y si bien su representación coroplética no responde inicialmente al planteamiento teórico adoptado en un principio, por el modelo de imagen territorial que conlleva, ofrece una primera aproximación territorial de la organización del fenómeno estudiado que no permiten las figuras anteriores. En este sentido, la [figura 4](#) brinda una primera lectura territorial del grado de apertura de los distintos espacios andaluces y ofrece una inicial aproximación a escala regional de la dinámica espacial del fenómeno ajustada a la realidad. Por ello, el resto de los tratamientos desarrollados en este artículo se harán a partir de dicha información.

En la [figura 5](#) se observa la existencia de dos grandes ámbitos de movilidad, uno en Andalucía occidental y otro en la oriental, debido a la presencia de dos polos metropolitanos muy activos como Sevilla y Granada. Alrededor de sus núcleos, y en relación directa con ellos, se concentran gran parte de la movilidad residencia-trabajo. Como es de prever, el grado de apertura de los municipios implicados en esta dinámica va disminuyendo a medida que aumentan las distancias. En el interior, fuera de dichos centros, la cartografía del índice permite observar la existencia de algunos centros secundarios con un nivel de apertura medio, aunque el nivel de contención suele ser elevado. La representación del operador difuso *m* impreciso permite distinguir una tercera área de organización de la movilidad residencia-trabajo, más polinuclear, en el litoral gaditano y en la Costa del Sol, donde los niveles de movilidad son elevados alrededor de varios centros.

3. Análisis geoestadístico de la movilidad tratada a través de operadores difusos en Andalucía para su adecuación a un método de interpolación *Kriging*

Como hemos subrayado anteriormente, la creación de índices o indicadores como los proporcionados por los operadores difusos, por la naturaleza misma de los datos producidos, invalida muchas técnicas cartográficas tradicionales como metodología de representación e interpolación geoestadística a la hora de representar la información. Sin embargo, los métodos de extrapolación *Kriging* ofrecen una paleta de oportunidades que, a diferencia del modelo de densidades focales de *Kernel*, funcionan con índices e incluyen el concepto de autocorrelación espacial en sus modelos estadísticos de estimación. Todos asumen que la distancia y la orientación de los puntos conllevan una cierta covarianza que puede utilizarse para explicar las variaciones de superficie. Ajustan las funciones matemáticas para la extrapolación a partir de un número de puntos con un radio específico de acción para estimar el valor de cada nuevo punto, brindando la posibilidad de una interpolación tanto local como global (Cañada, 2005). Pero según Baillargeon (2005), lo que distingue este conjunto de técnicas de otras es su carácter específico, ya que toma en cuenta la estructura de dependencia espacial de los datos, generando unas previsiones espaciales más ajustadas en comparación con otros modelos de extrapolación. Por ello, es un conjunto de metodologías muy apropiado cuando, como en el caso estudiado, existe *a priori* una autocorrelación espacial importante, ya que la movilidad residencia-trabajo suele ser, antes que todo, una movilidad pendular de corta distancia. Las propias características del modelo matemático utilizado refuerzan la intensidad de las relaciones, prescindiendo de los movimientos más atípicos.

Desde una perspectiva estadística, las técnicas de interpolación geoestadísticas *Kriging* ofrecen una serie de metodologías de interpolación espacial óptima que permiten establecer una

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

estimación lineal de las distribuciones a partir de probabilidades matemáticas y de la varianza de los datos espaciales. Asumen que el fenómeno estudiado tiene continuidad espacial, y la condición primordial para su uso reside en que la media y la varianza de la función **F** no dependan de la posición de los puntos sino de la distancia entre los puntos, siendo la interpolación espacial una función del tipo:

$$F(x_p) = \sum_{i=1}^m W_i \cdot F(x_i)$$

donde $x = (x,y)$, en un punto x_p del plano a partir de valores conocidos de **F** en un conjunto de **m** puntos próximos a x_i . El problema reside en determinar la ponderación de los W_i de cada uno de los puntos próximos (Gratton, 2002; Oliver, 1990).

Para ello, los métodos *Kriging* se basan en el grado de similitud entre los valores de **F** a partir de la covarianza entre los puntos en función de la distancia entre ellos. De ahí la necesidad de que la media y la varianza de la función **F** sean estacionarias.

La elección de la técnica más apropiada dentro del conjunto de métodos *Kriging* posibles es resultado, asimismo, de las características de la información proporcionada. Sin embargo, según los autores citados, la calidad de los resultados obtenidos mediante estos modelos de extrapolación depende en gran medida del carácter *gaussiano* de su distribución estadística, exigiendo en algunos casos, una adaptación de los datos para su tratamiento posterior. De ahí la importancia del análisis geoestadístico de la información proporcionada.

3.1. Análisis geoestadístico de los valores de pertenencia obtenidos a través de los operadores difusos.

En el caso expuesto, la organización de la información responde bien a los criterios de idoneidad ([figura 6](#)). La distribución del indicador resultante de la aplicación de los operadores difusos elegidos sobre la movilidad residencia-trabajo pone de manifiesto sus cualidades para una representación de *superficies* (Haggett, 1975) con una técnica de interpolación geoestadística, ya que todas las medidas de centralidad son próximas, manifestando el carácter muy agrupado de la distribución. La forma ligeramente desequilibrada hacia la izquierda de la curva, con una cola de valores a la derecha, no llega a afectar la dinámica y la evaluación general del conjunto. El valor del coeficiente de *Curtosis* confirma el interés de la distribución para la aplicación de una técnica *Kriging*, ya que desvela una distribución normal, lo que no hace *a priori* necesaria una mayor transformación de la información para su representación a partir del método cartográfico elegido.

La representación de la probabilidad normal de errores estandarizados ([figura 7](#)) confirma las observaciones adelantadas, siendo la diferencia entre la distribución teórica (recta) y real (puntos) muy próximas. La mayoría de las desviaciones se deben a municipios rurales aislados con

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

pocas relaciones con su entorno o a municipios incluidos en aglomeraciones urbanas con un nivel de apertura excepcionalmente elevado.

La covarianza empírica entre pares de datos ([figura 8](#)), ilustrativa de la dependencia espacial entre pares de variables, demuestra, a pesar del número muy elevado de puntos (el estudio hace referencia al conjunto del espacio regional andaluz), que con 10 intervalos de una amplitud de más de 50 km., existe un alto nivel de autocorrelación espacial en las tres direcciones: positiva cuando los puntos varían juntos, negativa cuando los valores varían de manera opuesta o nula cuando son independientes.

Finalmente, el análisis empírico de la tendencia direccional de la información pone de manifiesto que no existe un fenómeno claro de anisotropía, si bien *a priori* se podría pensar que el propio valle del Guadalquivir pudiera marcar su perfil tanto en el análisis de tendencia de la información como en los niveles de autocorrelación espacial del indicador. Ello significaría subestimar la importancia del desarrollo de los espacios costeros y de los niveles de movilidad residencia-trabajo en esos ámbitos, así como el poder regularizador de los operadores difusos en el entendimiento global de las interrelaciones ([figura 9](#)).

El análisis exploratorio de los datos espaciales realizado hace posible la elección del método de interpolación geostatística *Kriging* más adecuado y de sus parámetros de representación. Si bien existen media docena de métodos y múltiples técnicas de representación, solo el *Kriging* ordinario parte del principio que las variables son estacionarias y que no tienen tendencias *a priori*, sintetizándose a partir de la ecuación (Cañada, 2005):

$$Z(s) = \mu(s) + \varepsilon(s)$$

Siendo **Z(s)** la variable de interés,
 $\mu(s)$ una constante (media) desconocida,
 $\varepsilon(s)$ los errores aleatorios
s determina el lugar con sus coordenadas espaciales

La aplicación de dicha ecuación sobre los indicadores de conjuntos difusos desvela que los datos se adaptan bastante bien al modelo de función esférica, aunque a medida que aumente la distancia los niveles de autocorrelación disminuyen ([figura 10](#)). De hecho, según dicha función es de considerar que a partir de 168 km., los valores del semivariograma se estabilizan. El carácter poco inclinado de la pendiente demuestra que existe una cierta continuidad espacial en la distribución de la variable, atribuida al método utilizado.

Para la representación de la información según las técnicas seleccionadas, la definición de los parámetros de vecindad es también importante. A lo largo del análisis exploratorio se ha observado que no hay isotropía en la organización espacial de la distribución, lo que ofrece la posibilidad de plantear un tamaño de búsqueda circular de entre 2 y 5 puntos.

El resumen estadístico de validación cruzada a partir de estos principios refleja el carácter acertado del planteamiento seguido ya que la media es de 0,0006129, la media estandarizada de los

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

errores es muy próxima a 1 (0,9436) y apenas existe diferencia entre el error típico medio (0,04145) y el error cuadrático medio (0,0388), asegurando una muy buena predicción. La lectura de los distintos gráficos de la distribución, y en particular del gráfico de probabilidad normal de errores estandarizados, confirma el buen comportamiento de la distribución, otorgando la posibilidad de una representación cartográfica por cuantiles ([figura 11](#)).

El mapa de errores típicos de predicción corrobora de manera gráfica el buen comportamiento de la distribución ya que su amplitud es ligeramente superior a 0,03, mientras su representación cartográfica señala que los valores con mayor grado de incertidumbre se sitúan en los bordes del territorio analizado ([figura 12](#)). En estos ámbitos, la mayoría de los municipios tienen un grado de apertura débil ([figura 5](#)). Esta realidad se ve sobrevalorada por la situación geográfica de los espacios afectados ya que el número de puntos de muestreo se ve limitado a 2 por situarse en el borde del conjunto territorial analizado.

De manera general, la observación de la distribución espacial de los errores estándares de la predicción ratifica la sensibilidad de modelo de extrapolación espacial a la propia organización de los puntos de recogida de información. Examinando la distribución espacial de los errores estandarizados intermedios (clase 2, 3, 4) se observa que la irregularidad en la distribución de los puntos de toma de información y la distancia que los separa influye en la calidad de los resultados. Así, en zonas como la Sierra de Cazorla y las Villas, la Sierra de Hornachuelos, la Campiña de Córdoba y gran parte del Bajo Guadalquivir, la superficie superior a la media de los términos municipales y la existencia de un único punto de muestreo, centroide del polígono, dilatan y desestructuran la malla de interpolación. Dicho fenómeno no ocurre en Las Alpujarras, donde la pequeñez y forma de los términos municipales permite una mayor concentración de puntos de referencia con una mayor regularidad en la distribución ya que todos los polígonos tienen una geometría y una superficie similar.

3.2. Evaluación de los resultados

Puede, en definitiva, afirmarse que la aplicación de la secuencia metodológica seguida con los valores disponibles para lograr una representación de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía que tome en cuenta la continuidad territorial del fenómeno, a través de la aplicación de la teoría de los conjuntos difusos y el método *Kriging*, desvela, independientemente de los límites de los distintos métodos, una excelente aproximación de las lógicas territoriales globales ([figura 13](#)).

En primer lugar, hay que subrayar que, a diferencia de los métodos más clásicos, como son la representación coroplética de los valores de pertenencia municipales por movilidad residencia-trabajo para el operador difuso *m* impreciso o la representación isoplética de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía a partir del modelo de densidades focales de *Kernel* aplicado sobre los datos brutos (Moreno, 1991), el procedimiento metodológico desarrollado como síntesis de los anteriores permite una representación del fenómeno estudiado, en la cual la influencia de la morfología del territorio y su demografía pierden peso para dejar lugar al entendimiento de la lógica espacial de la movilidad residencia-trabajo, ya que el peso del valle del Guadalquivir en el

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

entendimiento territorial deja paso a otros fenómenos que las representaciones anteriores no subrayan con tanta evidencia.

En ese sentido, la metodología desarrollada pone claramente de manifiesto la existencia de una estructura policéntrica asentada en las capitales provinciales, alrededor de las cuales, en la mayoría de los casos, se establece una red de intercambios muy abierta que se debilita a medida que aumenta las distancias, desvelando, como en el mapa anterior, el peso de dicho parámetro en el entendimiento del fenómeno estudiado. Esta realidad es particularmente visible en Granada, Almería y Sevilla, pero no tanto en Málaga y Cádiz. En el caso de la Costa del Sol, el estiramiento de la mancha representativa de las dinámicas en juego pone de manifiesto la existencia de una estructura en red muy activa, corroborada por la [figura 13](#). Este fenómeno aparece también de forma incipiente en la provincia de Cádiz en la relación entre la capital, sus municipios colindantes y el Campo de Gibraltar. Mientras, la provincia de Jaén no alcanza unos niveles de movilidad residencia-trabajo lo suficientemente significativos para vislumbrar la presencia de una estructura abierta, independiente y dinámica, mientras en los métodos anteriores se observa una primicia de organización jerárquica en red alrededor de los municipios de Andújar, Linares, Úbeda y Jaén ([figura 13](#)). Para terminar, es también importante subrayar el carácter aislado y desconectado del noreste de la región de estudio. Llama la atención tanto su alto nivel de autocontención como la superficie y el número de municipios afectados.

4. Conclusión

La aproximación realizada para llegar a un mejor entendimiento del funcionamiento y de la organización espacial de la movilidad residencia-trabajo nos lleva a la conclusión de que tanto la aplicación de los operadores difusos como la representación cartográfica de sus resultados mediante técnicas geostatísticas de interpolación *Kriging* son, sin lugar a dudas, relevantes para alcanzar dicho objetivo, aunque también pone claramente de manifiesto los límites de sus posibilidades.

Más discriminante en su naturaleza que la movilidad residencial, la movilidad residencia-trabajo aporta una información de primer orden para entender los niveles de integración o vinculación en el territorio. Su representación, sin embargo, plantea una serie de problemas por su carácter difuso que sólo pueden ser resueltos mediante una cartografía de superficies. En este sentido, el modelo de densidad focal de *Kernel* permite una aproximación sencilla de la organización territorial a partir de datos brutos, pero tiende a sobrevalorar el alcance del fenómeno por centrarse exclusivamente en la lógica espacial de la difusión. Se puede paliar esta deficiencia aplicando un operador difuso que permite el reconocimiento del fenómeno en su dimensión tanto espacial como estadística. Asociado a una representación *Kriging* pone de manifiesto la existencia de espacios diversos, complejos y cohesionados gracias al carácter integral de la aproximación y la complementariedad existente entre los métodos elegidos. Sin embargo, como hemos podido comprobar, la propia organización del territorio y algunas elecciones paramétricas imponen sus límites en desarrollo de las metodologías y en el entendimiento del modelo propuesto.

Como estudio exploratorio, la elección de los parámetros para la aplicación de los operadores difusos se ha realizado, antes que nada, en función de criterios de inteligibilidad global y

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

podría ser afinada. En particular merece la pena profundizar en la definición de los umbrales de pertenencia del operador difuso **FG** (*fuzzy greater*). Por su parte, la representación *Kriging* se ve muy afectada por la distribución y el número de puntos de muestra. En el marco de este artículo la modelización se ha realizado a partir de los centroides de los polígonos municipales, lo que conlleva una cierta distorsión en la distribución territorial de los puntos de información que no se corresponden con la propia localización de los espacios afectados. La aplicación del modelo a partir de la asignación de la información proporcionada en su lugar real no resolvería totalmente el problema de la distorsión de la cobertura espacial pero permitiría localizar correctamente los puntos de partida y llegada, aportando un mayor nivel de precisión al modelo. Esta reflexión abre también la posibilidad de trabajar a una escala más grande a partir de la información adscrita a los núcleos de población.

Si nuestro objetivo se centraba en dos cuestiones: la exploración de las posibilidades que ofrece los nuevos desarrollos teóricos y metodológicos en lógica difusa y un mejor entendimiento de las características y condiciones de organización espacial a través del análisis de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía, debemos concluir que desde una perspectiva no-aritmomórfica del espacio tanto una aproximación a partir de operadores difuso **FG** (*fuzzy greater*) como una representación fundamentada en las técnicas geoestadísticas de interpolación *Kriging* aportan una buena base metodológica para la modelización de la movilidad residencia-trabajo, ofreciendo un nivel de abstracción aceptable. Sin embargo, no parece ser adaptable a todos los tipos de vectores de flujos y la interpretación de los resultados gráficos plantea algunos problemas metodológicos que deben ser todavía evaluados y resueltos.

Referencias bibliográficas

- Baillargeon S. (2005) "Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations", PhD thesis, Université Laval, Quebec
- Cañada Torrecilla R.M. (2005) "Técnicas de interpolación geoestadísticas: Kriging ordinario" en (Ed.) "Sistemas y análisis de la información geográfica – Manual de autoaprendizaje con ArcGIS", Madrid, RA-MA, pp. 823-831.
- De Cos Guerra, O. (2006): "Los SIG y la lógica difusa como alternativa metodológica para delimitar fenómenos territoriales de comportamiento no categórico: aplicación a la áreas de influencia urbana". *Actas da 1ª Conferência Ibérica de Sistemas e Tecnologias de Informação*, M.M. Cunha y A. Rocha (eds.). Vol. II., pp. 671-687.
- De Cos, O. y Martín, E. (2007): "Evaluación multicriterio y delimitación de espacios funcionales: Aplicación SIG para la definición de mapas comarcales". *Geofocus*, nº 7; pp. 256-280
- Feng, Z. (2008): "Fuzziness of travel-to-work areas", *Regional Studies*, 42, pp. 1-14.
- Gale, S. y Atkinson, M. (1979): "On the set theoretic foundations of the regionalization problem", In S. Gale and G. Olsson (eds.): *Philosophy in Geography*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, pp. 65-107.
- Gratton, Y. (2002) "Le krigeage : La methode optimale d'interpolation spatiale". Les Articles de l'Institut d'Analyse Géographique. [Consulta: 10-02-2009]. Disponible en : http://www.iag.asso.fr/pdf/krigeage_juillet2002.pdf

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencial-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

Haggett, P. (1975): *Análisis locacional en Geografía Humana*. Barcelona, Gustavo Gili.

Hatzichristos, T. (2004): "Delineation of demographic regions with GIS and computational intelligence", *Environment and Planning B: Planning and Design*, vol. 31, pp. 39-49.

Hwang, S. y Thill, J.C. (2007): "Using fuzzy clustering methods for delineating urban housing submarkets", *Proceedings of the 15th International Symposium in Advances in Geographic Information Systems*, ACM GIS 2007.

Mlynski, M. F. (2003): "Eine neue Methode des unscharfen Schliessens für Expertensysteme". PhD thesis, Universidad de Aachen.

Moreno Jiménez, A. (1991): "Modelización cartográfica de densidades mediante estimadores Kernel", *Treballs de la Societat Catalana de Geografia*, 6, 30, pp. 155-170.

Oliver, M.A. (1990) "Kriging: A method of interpolation for geographical information systems". *International Journal of Geographic Information Systems*, Vol. 4, No. 4. 313-332.

Petry, F.E.; Robinson, V.B. y Cobb, M.A. (2005): *Fuzzy modeling with spatial information for geographic problems*. Springer, Berlin y Heidelberg. DOI 10.1007/b138243.

Plane (1998): "Fuzzy set migration regions", *Geographical and Environmental Modelling* 2, pp.141-162.

Schmitz, A. y Morris, A. (2006): "Modeling and manipulating fuzzy regions: strategies to define the topological relation between two fuzzy regions", *Control and Cybernetics*, 35(1), pp. 73-95.

Zadeh (1965): "Fuzzy sets", *Information and Control*, 8, pp. 338-353.

Zhang, J. y Kirby, R. (1997): "An evaluation of fuzzy approaches to zapping land cover from aerial photographs", *ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing*, 52, pp. 193-201.

Agradecimientos

Este artículo se inscribe dentro de los resultados del proyecto de investigación del Plan Nacional de I+D SEJ-2007-677767-01-C04, financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, al cual agradecemos su apoyo. Igualmente agradecemos a los revisores del artículo, las sugerencias y comentarios realizados para la mejora del mismo.

Tabla 1. Resumen de los datos obtenidos para los dos grados de precisión del parámetro m distintos ("m_unp: m impreciso" y "m_pre: m preciso")

	Entrada m_unp	Salida m_unp	Ambas m_unp	Entrada m_pre	Salida m_pre	Ambas m_pre
Desviación típica	0.0503	0.0737	0.0538	0.3001	0.3289	0.2674
Media	0.5044	0.5425	0.5234	0.4882	0.6579	0.5730
Varianza	0.0025	0.0054	0.0029	0.0901	0.1082	0.0715
Máximo	0.7609	0.7548	0.7036	1.0000	1.0000	0.9997
Mínimo	0.4207	0.4207	0.4294	0.0392	0.0392	0.0551

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

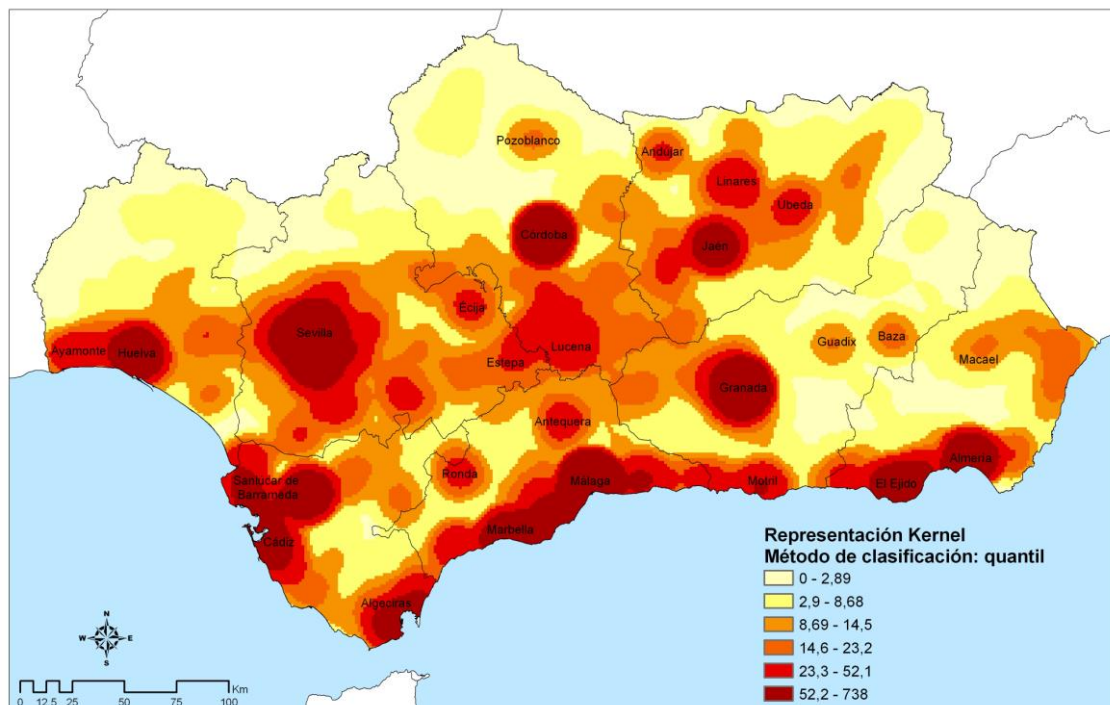


Figura 1. Ejemplo de representación de la densidad de la movilidad residencial a partir del modelo *Kernel*.

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

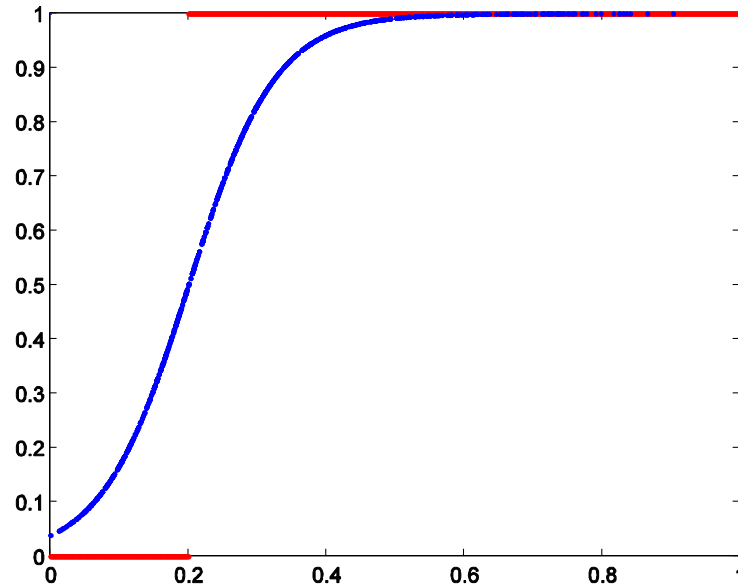


Figura 2. Operadores de comparación difusa (azul) y booleano (rojo).
Fuente: Elaboración propia.

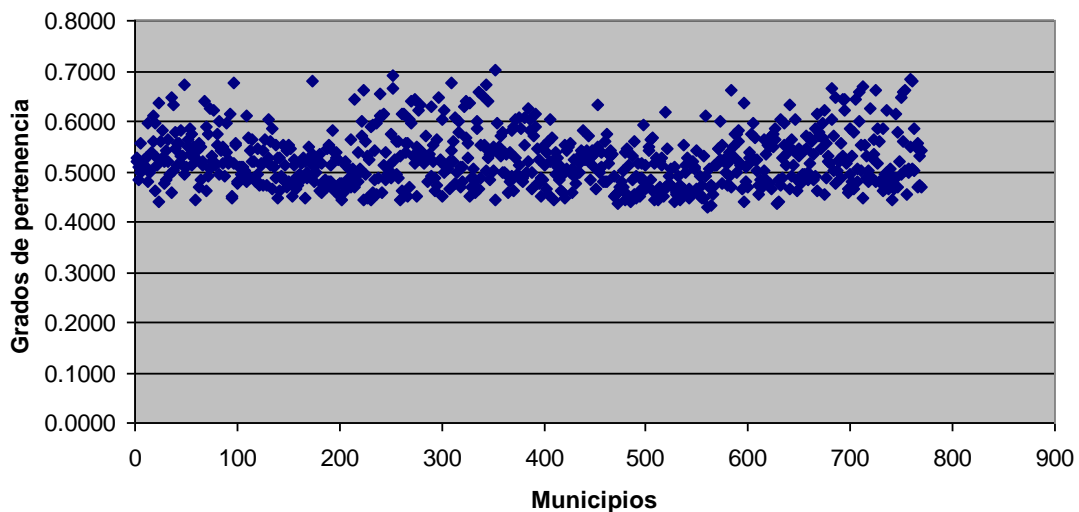


Figura 3. Representación de los valores de pertenencia generales por movilidad residencia-trabajo para el operador difuso m impreciso.
Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

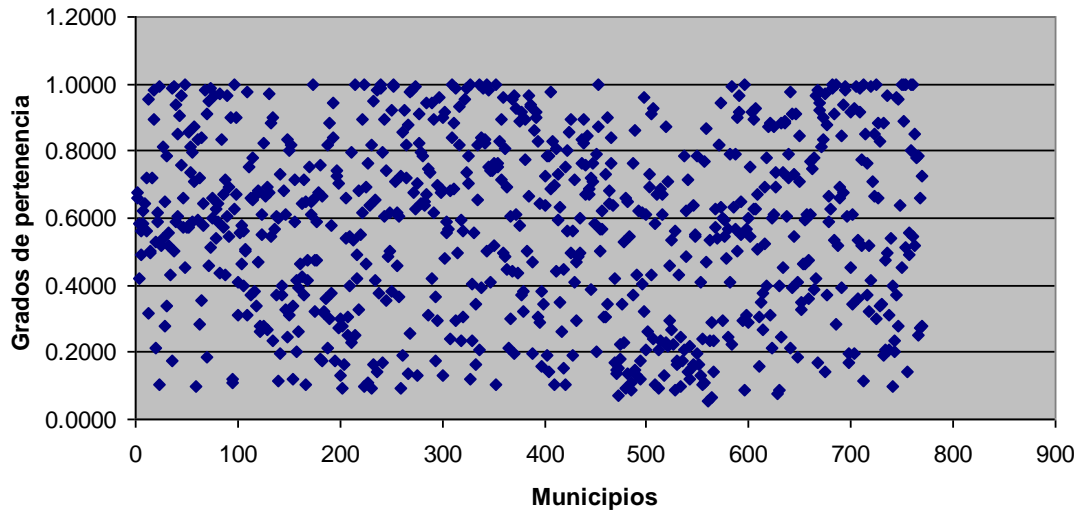


Figura 4. Representación de los valores de partencia generales por movilidad residencia-trabajo para el operador difuso m preciso.

Fuente: Elaboración propia.

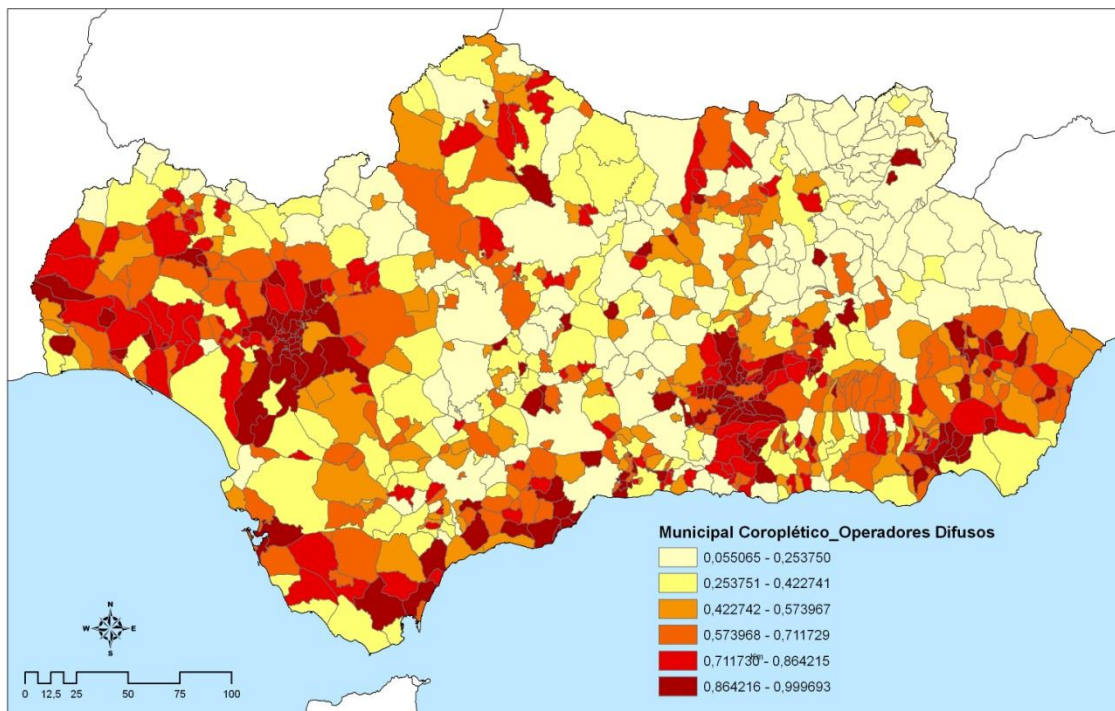


Figura 5. Representación cartográfica de los valores de pertenencia municipales por movilidad residencia-trabajo para el operador difuso m impreciso.

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

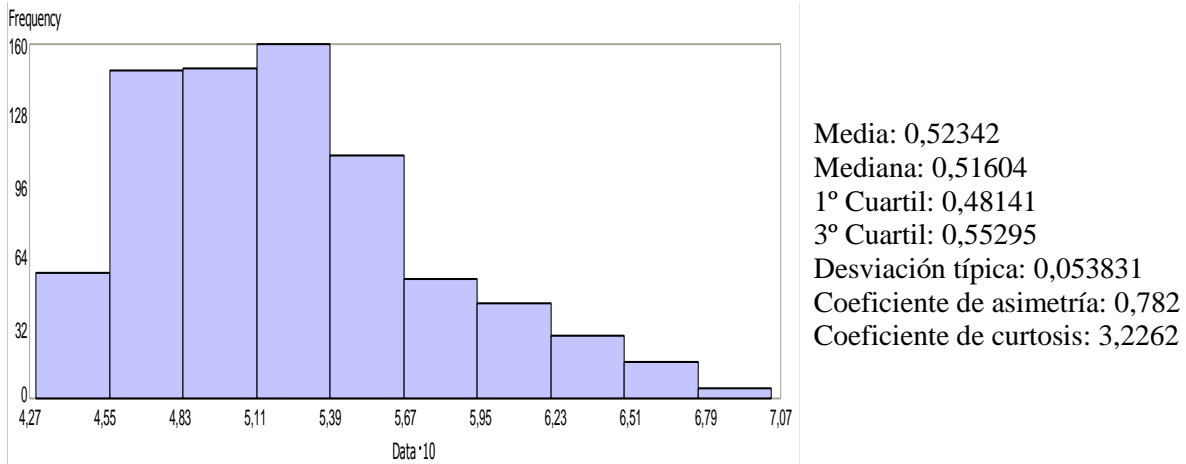


Figura 6. Histograma de la distribución del indicador *fuzzy* de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

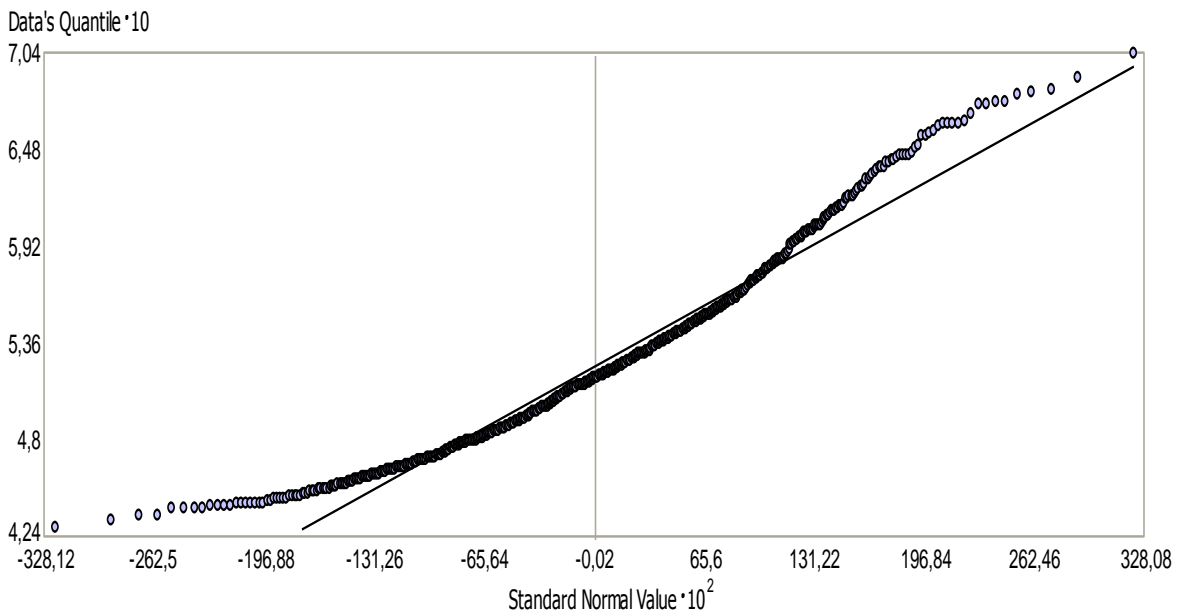


Figura 7. Probabilidad normal de los errores estandarizados del indicador *fuzzy* de la movilidad residencia- trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

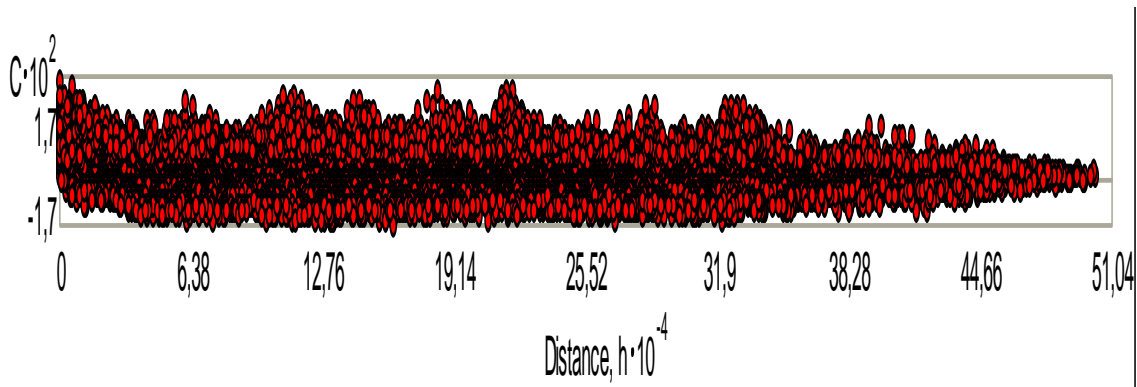


Figura 8. Covarianza empírica del indicador *fuzzy* de la movilidad residencia- trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

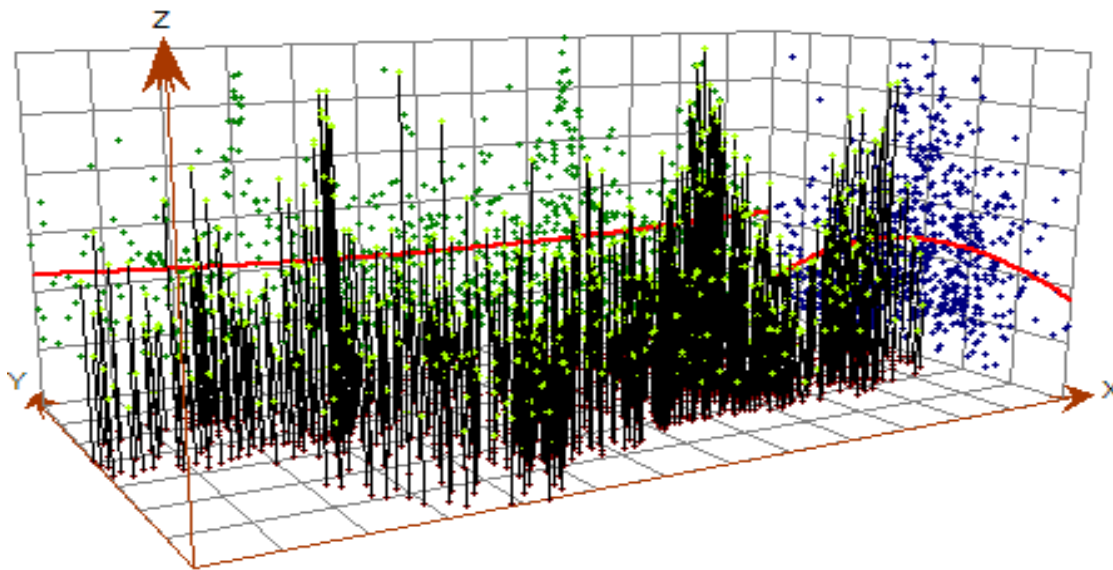


Figura 9. Análisis de tendencia del indicador *fuzzy* de la movilidad residencia- trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

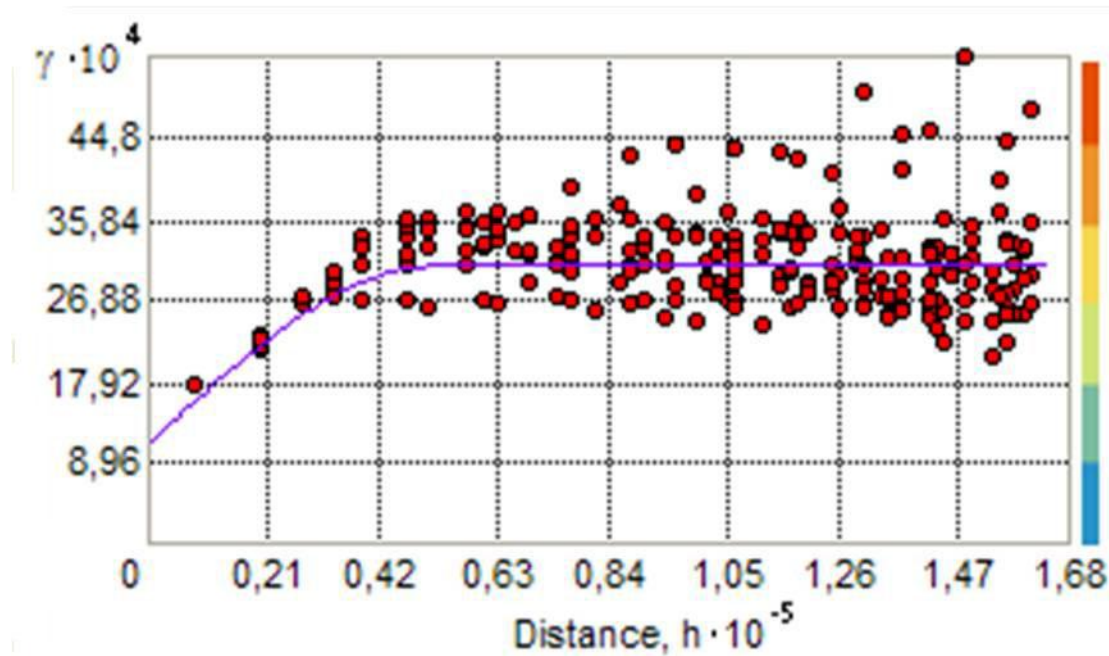


Figura 10. Autocorrelación espacial del indicador *fuzzy* de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

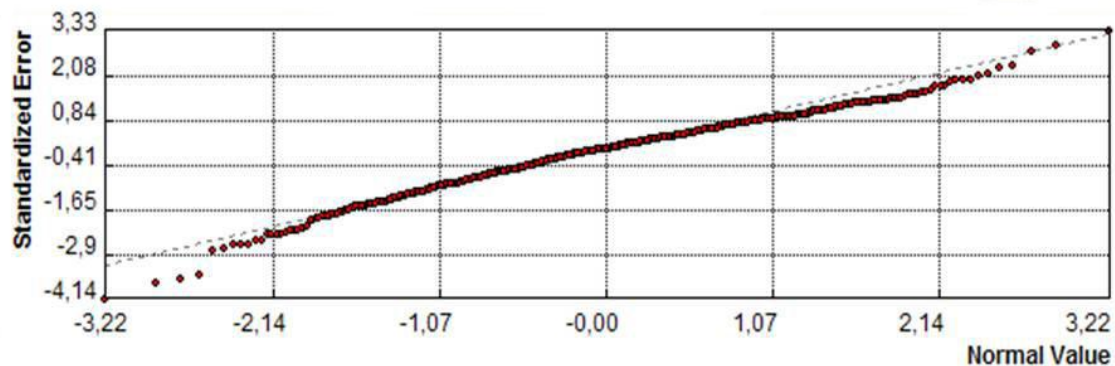


Figura 11. Probabilidad normal de los errores estandarizados del indicador *fuzzy* de la movilidad residencia- trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

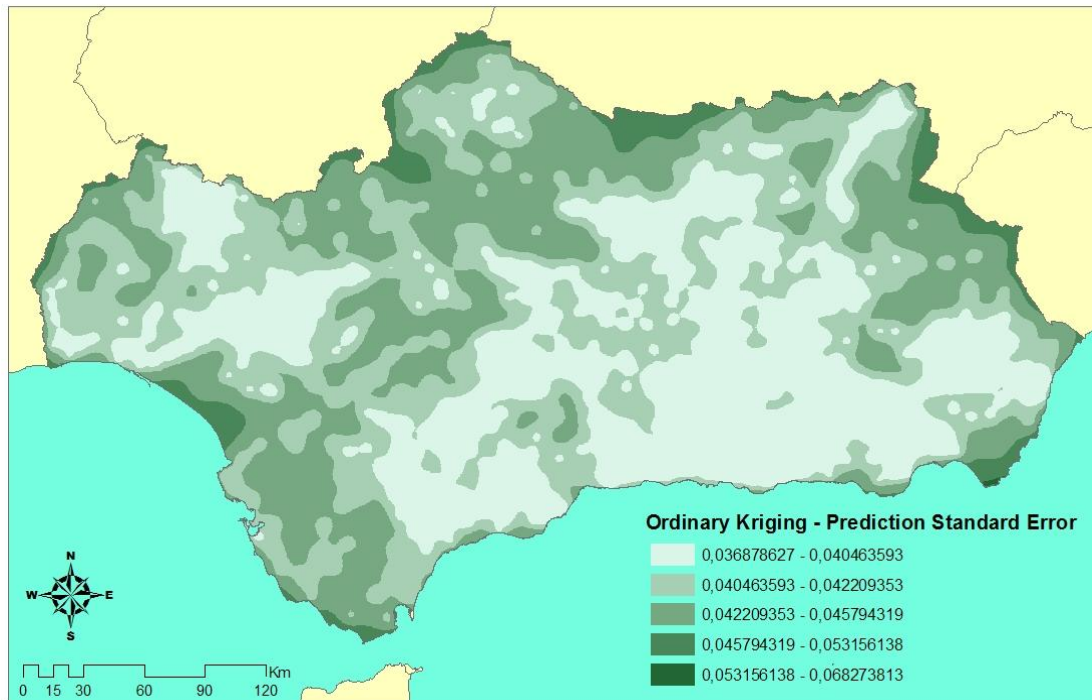


Figura 12: Distribución espacial de los errores estándares de la predicción producidos por la aplicación del método *Kriging* ordinario sobre el indicador *fuzzy* de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía.

Fuente: Elaboración propia.

De Oliveira Neves G., Barrena Algara E., Feria Toribio J.M. (2010): "La organización espacial de la movilidad residencia-trabajo en Andalucía. Su modelización y representación cartográfica a través de la teoría de los conjuntos difusos", *GeoFocus (Artículos)*, nº 10, p. 135-157. ISSN: 1578-5157

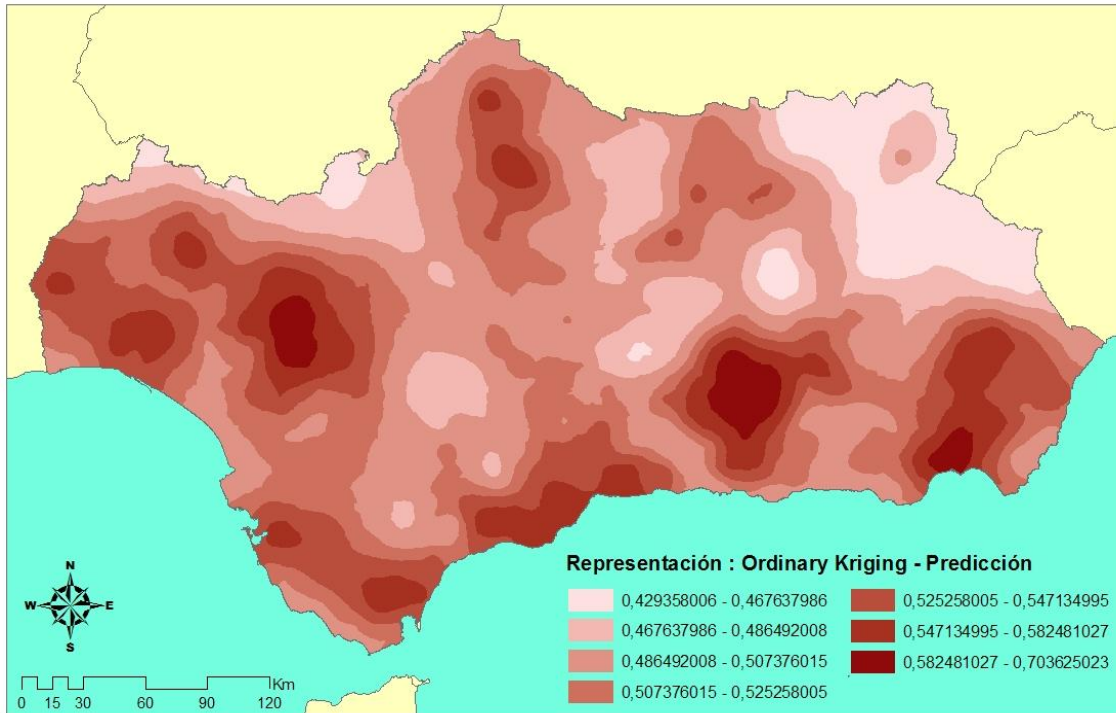


Figura 13. Modelización de la organización espacial de la movilidad residencia -trabajo a través de la teoría de los conjuntos difusos y la técnica de interpolación geoestadística *Kriging* ordinario.

Fuente: Elaboración propia.